

Võistlusprogrammeerimine

ehk kuidas kirjutada kiiret koodi

Targo Tennisberg, Katrin Gabrel

| | | |
|--------|--|----|
| 0 | Sissejuhatus | 12 |
| 0.1 | Mis on võistlusprogrammeerimine? | 12 |
| 0.2 | Mida siit õpikust leida võib? | 13 |
| 0.3 | Kontrollülesannete lahendamine | 15 |
| 0.4 | Kasutatud ülesanded ja pildid | 15 |
| 0.5 | Autoritest..... | 15 |
| 0.6 | Tänuavaldused..... | 16 |
| 0.7 | Veaparandused ja soovitused | 16 |
| 1 | Programmide sisemaailm | 17 |
| 1.1 | Programmi elutsükkel..... | 18 |
| 1.1.1 | Lähtekood..... | 18 |
| 1.1.2 | Lähtekoodi transleerimine | 18 |
| 1.1.3 | Teegid | 19 |
| 1.1.4 | Linkimine | 20 |
| 1.1.5 | Laadimine ja täitmine | 20 |
| 1.2 | Andmete hoidmine ja töötlemine arvutis | 20 |
| 1.2.1 | Protsessori tööpõhimõte..... | 20 |
| 1.2.2 | Protsessori jõudlus | 21 |
| 1.2.3 | Käsukonveier | 22 |
| 1.2.4 | Hargnemise ennustamine | 23 |
| 1.2.5 | Andmete liikumine | 25 |
| 1.2.6 | Mälu..... | 25 |
| 1.3 | Andmetüübidi..... | 27 |
| 1.3.1 | Täisarvud | 27 |
| 1.3.2 | Ujukomaarvud | 28 |
| 1.3.3 | Püsikomaarvud | 33 |
| 1.3.4 | Märgid | 33 |
| 1.3.5 | Töeväärtused..... | 33 |
| 1.3.6 | Viidad..... | 34 |
| 1.3.7 | Struktuursed tüübidi ehk liittüübidi | 34 |
| 1.3.8 | Kirjad..... | 35 |
| 1.3.9 | Stringid..... | 35 |
| 1.3.10 | Massiivid..... | 35 |
| 1.4 | Operatsioonid stringidega | 36 |
| 1.4.1 | Märk kohal i..... | 36 |
| 1.4.2 | Stringide võrdlemine | 36 |
| 1.4.3 | Stringide ühendamine ehk liitmine | 37 |
| 1.5 | Sisend-väljund | 39 |
| 1.5.1 | Standardvood | 39 |

| | | |
|--------|--|----|
| 1.5.2 | Failidest lugemine ja kirjutamine | 40 |
| 1.5.3 | Sisendi töötlus | 41 |
| 1.5.4 | Väljund..... | 42 |
| 1.5.5 | Jooksvalt töötamine | 43 |
| 1.6 | Programmeerimiskeelte võrdlus | 44 |
| 1.6.1 | C++ | 44 |
| 1.6.2 | Java | 45 |
| 1.6.3 | Python | 46 |
| 1.7 | Testimine | 48 |
| 1.7.1 | Piirjuhud | 48 |
| 1.7.2 | Õigsuse kontroll..... | 49 |
| 1.7.3 | Algoritmi jõudluse kontroll..... | 50 |
| 1.8 | Silumine | 51 |
| 1.8.1 | Arenduskeskkonnad | 51 |
| 1.8.2 | Aja mõõtmine | 52 |
| 1.9 | Kontrollülesanded | 53 |
| 1.9.1 | Järelmaks | 54 |
| 1.9.2 | Kell | 54 |
| 1.9.3 | Tigu | 55 |
| 1.9.4 | 3D printer | 55 |
| 1.9.5 | Mõttemeister | 56 |
| 1.9.6 | Male..... | 56 |
| 1.9.7 | Riigihanked | 57 |
| 1.9.8 | Bender | 58 |
| 1.9.9 | Interpretaator..... | 58 |
| 1.9.10 | Pangatellerid..... | 59 |
| 1.10 | Vited lisamaterjalidele..... | 60 |
| 2 | Läbivaatus- ja otsingualgoritmid | 61 |
| 2.1 | Alamprogrammid | 61 |
| 2.1.1 | Pinumälu..... | 61 |
| 2.1.2 | Funktsooni kohalikud andmed | 62 |
| 2.1.3 | Pinu ületäitumine | 62 |
| 2.1.4 | Pinu kasutamine protsessoris..... | 63 |
| 2.1.5 | Kuhimälu..... | 64 |
| 2.1.6 | Funktsooni parameetrid | 65 |
| 2.1.7 | Objektide edastamine parameetritena | 66 |
| 2.2 | Rekursioon..... | 68 |
| 2.2.1 | Hargnemiseta rekursioon | 68 |
| 2.2.2 | Rekursioonivalem | 69 |
| 2.2.3 | Hargnemistega rekursioon | 70 |
| 2.2.4 | Sabarekursioon ja väljakutsete optimeerimine..... | 72 |
| 2.3 | Variantide läbivaatamine | 74 |
| 2.3.1 | Tagurdusmeetod | 74 |
| 2.3.2 | Iteratsioonimeetod..... | 74 |
| 2.3.3 | Tagurduse ja iteratsiooni võrdlus | 75 |
| 2.3.4 | Variantide läbivaatamine tagurdusmeetodiga..... | 75 |
| 2.3.5 | Variantide läbivaatamine iteratsioonimeetodiga..... | 76 |
| 2.3.6 | Variantide läbivaatus programmeerimisvõistlustel | 76 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 2.4 | Läbivaatuse optimeerimine..... | 77 |
| 2.4.1 | Lihtrne tagurdusmeetod..... | 77 |
| 2.4.2 | Andmete optimeerimine..... | 78 |
| 2.4.3 | Ettearvutamine..... | 79 |
| 2.4.4 | Otsingupuu ahendamine..... | 80 |
| 2.4.5 | Sisemiste tsüklite optimeerimine..... | 81 |
| 2.4.6 | Andmestruktuuride optimeerimine..... | 82 |
| 2.4.7 | Rekursiooni eemaldamine..... | 84 |
| 2.5 | Kahendotsing..... | 85 |
| 2.5.1 | Vastuse kahendotsing | 85 |
| 2.5.2 | Kahendotsing andmetest | 87 |
| 2.5.3 | Topeltkahendotsing..... | 88 |
| 2.5.4 | Otsing kahemõõtmelisest tabelist sadulameetodil..... | 89 |
| 2.6 | Jaga ja valitse | 93 |
| 2.7 | Sissejuhatus kombinatoorikasse | 94 |
| 2.7.1 | Permutatsioonid | 94 |
| 2.7.2 | Permutatsioonide konstrueerimine | 95 |
| 2.7.3 | Kombinatsioonid | 97 |
| 2.8 | Kontrollülesanded | 99 |
| 2.8.1 | Autoturg | 99 |
| 2.8.2 | Kaupmees ja maksukoguja | 100 |
| 2.8.3 | Lippude vasturünnak..... | 100 |
| 2.8.4 | Akulaadija | 101 |
| 2.8.5 | Pildi pakkimine | 101 |
| 2.8.6 | Stern-Brocot' puu | 102 |
| 2.8.7 | Viinamarjad | 103 |
| 2.8.8 | Erinevad summad..... | 104 |
| 2.8.9 | Kodumasinate näidikud..... | 105 |
| 2.8.10 | Graafi värvimine | 106 |
| 2.9 | Viited lisamaterjalidele..... | 106 |
| 3 | Algoritmi keerukus ja põhilised andmestruktuurid..... | 107 |
| 3.1 | Algoritmi keerukus | 107 |
| 3.1.1 | Keskmine ja halvim keerukus | 108 |
| 3.1.2 | Asümpootiline hinnang | 108 |
| 3.1.3 | Kasvuseoste omadused | 110 |
| 3.2 | Algoritmi keerukuse hindamine | 110 |
| 3.2.1 | Hargnemiste keerukuse hindamine | 110 |
| 3.2.2 | Tsüklite keerukuse hindamine..... | 111 |
| 3.2.3 | Mitmekordsete tsüklite keerukus | 111 |
| 3.2.4 | Rekursiooni keerukuse hindamine | 112 |
| 3.3 | Tavalised keerukusklassid | 112 |
| 3.3.1 | Keerukusklass ja ajalimiit..... | 114 |
| 3.4 | Andmestruktuurid | 114 |
| 3.4.1 | Andmestruktuuride klassifitseerimine | 115 |
| 3.5 | Massiiv..... | 115 |
| 3.5.1 | Massiivid Pythonis | 115 |
| 3.5.2 | Massiivi võimalused ja piirangud | 116 |
| 3.5.3 | Mitmemõõtmelised massiivid | 116 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 3.5.4 | Dünaamilised massiivid | 117 |
| 3.6 | Ahel..... | 117 |
| 3.7 | Pinu..... | 119 |
| 3.8 | Järjekord | 120 |
| 3.8.1 | Kaheotsaline järjekord..... | 121 |
| 3.8.2 | Eelistusjärjekord | 121 |
| 3.9 | Pinu ja järjekorra kasutamine..... | 121 |
| 3.10 | Kahendpuu | 125 |
| 3.10.1 | Kahendpuu esitus | 126 |
| 3.10.2 | Kahendotsingu puu..... | 126 |
| 3.11 | Kujutis | 126 |
| 3.11.1 | Kujutis programmeerimiskeeltes | 127 |
| 3.12 | Praktiline ülesanne | 128 |
| 3.13 | Kuhi..... | 129 |
| 3.14 | Sortimine | 130 |
| 3.14.1 | Mullimeetod | 131 |
| 3.14.2 | Valikmeetod | 132 |
| 3.14.3 | Pistemeetod | 133 |
| 3.14.4 | Põimemeetod | 133 |
| 3.14.5 | Kiirmeetod | 135 |
| 3.14.6 | Vördlustel põhineva sortimise keerukuse alampiir..... | 136 |
| 3.15 | Sortimise erimeetodid..... | 137 |
| 3.15.1 | Loendamismeetod..... | 137 |
| 3.15.2 | Positsioonimeetod..... | 138 |
| 3.15.3 | Kimbumeetod | 138 |
| 3.16 | Mitme kriteeriumi järgi sortimine | 138 |
| 3.17 | Programmeerimiskeelte standardteegid | 138 |
| 3.17.1 | C++ | 139 |
| 3.17.2 | Java | 139 |
| 3.17.3 | Python | 139 |
| 3.18 | Kontrollülesanded | 141 |
| 3.18.1 | Vabrikud | 141 |
| 3.18.2 | Jalgpalliturniir | 142 |
| 3.18.3 | Erdöse arvud..... | 143 |
| 3.18.4 | Programmeerimisvõistlus | 144 |
| 3.18.5 | Pannkoogid | 144 |
| 3.18.6 | Kaartide segamine | 145 |
| 3.18.7 | Kass klaviatuuril | 145 |
| 3.18.8 | Pinugrammid | 146 |
| 3.18.9 | Parv..... | 147 |
| 3.18.10 | Ahelmurrud | 148 |
| 3.19 | Viited lisamaterjalidele | 148 |
| 4 | Arvuteooria..... | 149 |
| 4.1 | Jaguvus ja jäæk | 149 |
| 4.1.1 | Jaguvus | 149 |
| 4.1.2 | Jäæk | 150 |
| 4.1.3 | Jäägi leidmine programmeerimiskeeltes | 150 |
| 4.1.4 | Ülesanne: loosiümbrikud | 151 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 4.1.5 | Arvutamine moodulitega..... | 152 |
| 4.1.6 | Ülesanne: anagrammid 2..... | 154 |
| 4.2 | SÜT ja VÜK | 156 |
| 4.2.1 | Eukleidese algoritm suurima ühisteguri leidmiseks | 157 |
| 4.2.2 | Vähima ühiskordse leidmine | 157 |
| 4.2.3 | Ülesanne: hammasrattad | 158 |
| 4.2.4 | Diofantilised võrrandid | 159 |
| 4.3 | Algarvud..... | 160 |
| 4.3.1 | Eratosthenese sõel | 160 |
| 4.3.2 | Algarvulise kontroll | 162 |
| 4.3.3 | Ülesanne: algarvu-Scrabble..... | 164 |
| 4.3.4 | Arvu algtegurid | 167 |
| 4.4 | Positsioonilised arvusüsteemid | 168 |
| 4.4.1 | Süsteemide vahel teisendamine | 168 |
| 4.4.2 | Ülesanne – positsioonilised arvusüsteemid | 170 |
| 4.4.3 | Arvutamine kahendsüsteemis..... | 175 |
| 4.5 | Suурte arvudega arvutamine..... | 175 |
| 4.5.1 | Suурte arvude esitus..... | 175 |
| 4.5.2 | Suürte arvude liitmine ja lahutamine..... | 176 |
| 4.5.3 | Suürte arvude korrutamine ja astendamine | 178 |
| 4.5.4 | Efektiivne astendamine | 179 |
| 4.5.5 | Suürte arvude jagamine | 180 |
| 4.5.6 | Ülesanne – anagrammid 3..... | 180 |
| 4.5.7 | Suured arvud erinevates programmeerimiskeeltes | 181 |
| 4.5.8 | Logaritm ja eksponent suürte arvudega arvutamisel..... | 182 |
| 4.6 | Kontrollülesanded | 184 |
| 4.6.1 | Suur arv..... | 184 |
| 4.6.2 | Faktoriaali lõpp | 184 |
| 4.6.3 | Goldbachi hüpotees | 185 |
| 4.6.4 | Klaaskuuolid..... | 185 |
| 4.6.5 | VÜK-võimsus..... | 186 |
| 4.6.6 | Suurim algtegur | 186 |
| 4.6.7 | Vahetusraha | 187 |
| 4.6.8 | Taandumatud murrud | 187 |
| 4.6.9 | Mertensi funktsioon | 188 |
| 4.6.10 | Mõrvamüsteerium..... | 188 |
| 4.7 | Viited lisamaterjalidele | 189 |
| 5 | Dünaamiline planeerimine algajatele | 190 |
| 5.1 | Sissejuhatav ülesanne – Fibonacci jada..... | 190 |
| 5.1.1 | Tavaline rekursioon ehk jõumeetod..... | 191 |
| 5.1.2 | Mäluga rekursioon..... | 192 |
| 5.1.3 | Alt üles DP..... | 193 |
| 5.1.4 | Kokkuhoidlik DP | 194 |
| 5.1.5 | DP retsept | 195 |
| 5.2 | Lineaарne väärustuse tabel - optimaalne maksmine..... | 195 |
| 5.2.1 | Ahne algoritm | 195 |
| 5.2.2 | Kõigi variantide läbivaatamine (rekursioon) | 196 |
| 5.2.3 | DP lahendus | 197 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 5.3 | Pikima kasvava osajada leidmine | 199 |
| 5.3.1 | Kõigi võimaluste läbivaatus | 199 |
| 5.3.2 | DP lahendus..... | 200 |
| 5.3.3 | Tagurdusmeetodiga lahendus | 201 |
| 5.4 | Kahemõõtmeline väärustete tabel – pikim ühine osajada..... | 202 |
| 5.4.1 | DP lahendus..... | 202 |
| 5.5 | Ristsummade loendamine..... | 204 |
| 5.5.1 | Ristsummade arvutamine | 204 |
| 5.5.2 | DP lähenemine | 204 |
| 5.5.3 | DP Exceliga..... | 205 |
| 5.5.4 | Tabeli koostamine programmselt..... | 206 |
| 5.5.5 | Ülesande lahendus (tabeli kasutamine) | 207 |
| 5.6 | Mitmemõõtmeline DP tabel – Miljonär ja vaeslapsed..... | 208 |
| 5.6.1 | Kõikide võimaluste läbivaatus | 209 |
| 5.6.2 | Korduvad harud..... | 209 |
| 5.6.3 | DP tabeli koostamine | 210 |
| 5.6.4 | Lahendus | 211 |
| 5.7 | Tõeväärtuste tabeliga DP - õiglane jagamine..... | 213 |
| 5.7.1 | Kõik kombinatsioonid | 213 |
| 5.7.2 | DP lahendus..... | 213 |
| 5.8 | Bitimaskide põhine väärustete tabel - moekunstnik ja koiliblikas | 215 |
| 5.8.1 | Kõigi läbivaatuste puu | 216 |
| 5.8.2 | Tee DP poole..... | 217 |
| 5.8.3 | Bitimaskide kasutamine tabeli indeksitena..... | 217 |
| 5.8.4 | DP lahendus..... | 219 |
| 5.9 | Kuidas ja millal DP-d kasutada..... | 220 |
| 5.9.1 | Ülalt alla vs alt üles DP..... | 221 |
| 5.9.2 | Kidunud DP | 221 |
| 5.10 | DP praktilised kasutusalad | 222 |
| 5.11 | Kontrollülesanded | 223 |
| 5.11.1 | Aktsiaturg | 223 |
| 5.11.2 | Protsessori planeerimine..... | 223 |
| 5.11.3 | Maksmise võimalused | 224 |
| 5.11.4 | Statistika manipuleerimine..... | 224 |
| 5.11.5 | Lennukikütus | 225 |
| 5.11.6 | Kahjuritörje..... | 226 |
| 5.11.7 | Torni ehitamine | 227 |
| 5.11.8 | Putin sukeldumas | 228 |
| 5.11.9 | Arvude liitmine | 228 |
| 5.11.10 | Templisambad | 229 |
| 5.12 | Viited lisamaterjalidele | 229 |
| 6 | Sissejuhatus graafiteooriasse | 230 |
| 6.1 | Graafiteooria terminid..... | 231 |
| 6.1.1 | Suunatud ja suunamata servad | 231 |
| 6.1.2 | Teed graafis | 231 |
| 6.1.3 | Sidususkomponendid | 232 |
| 6.2 | Graafide esitusviisid | 232 |
| 6.2.1 | Naabrusmaatriks | 233 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 6.2.2 | Tippude loend..... | 233 |
| 6.2.3 | Servade loend..... | 234 |
| 6.2.4 | Regulaarsete servadega graafid | 235 |
| 6.3 | Graafi läbimine | 235 |
| 6.3.1 | Sügavuti läbimine | 235 |
| 6.3.2 | Ülesanne: Ratsu teekond..... | 237 |
| 6.3.3 | Laiuti läbimine | 240 |
| 6.3.4 | Ülesanne: Ratsu teekond 2..... | 241 |
| 6.4 | Sidususkomponentide leidmine | 243 |
| 6.4.1 | Ülesanne: Ratsud..... | 243 |
| 6.5 | Üleujutamine | 245 |
| 6.5.1 | Ülesanne: Veekogud..... | 245 |
| 6.6 | Kahealuseline graaf | 246 |
| 6.7 | Topoloogiline sorteerimine | 247 |
| 6.7.1 | Ülesanne: Loomad..... | 248 |
| 6.8 | Kaalutud servadega graafid..... | 250 |
| 6.9 | Dijkstra lühima tee leidmise algoritm | 250 |
| 6.9.1 | Ülesanne: sõiduaeg | 253 |
| 6.10 | Puud..... | 255 |
| 6.10.1 | Puud kui graafid..... | 255 |
| 6.10.2 | Puu definitsioon | 255 |
| 6.10.3 | Graafitöötlusalgoritmid puul | 255 |
| 6.10.4 | Kahendpuu sügavuti läbimine | 256 |
| 6.10.5 | Puu laiuti läbimine | 257 |
| 6.10.6 | Ülesanne: Kahendpuud | 257 |
| 6.11 | Kontrollülesanded | 260 |
| 6.11.1 | Robotivõistlus | 260 |
| 6.11.2 | Civilization | 261 |
| 6.11.3 | Doominod | 261 |
| 6.11.4 | Projektiplaan | 262 |
| 6.11.5 | Sõnateisendused | 262 |
| 6.11.6 | Kahevärvi probleem | 263 |
| 6.11.7 | Joonejälgija robot | 264 |
| 6.11.8 | Numbriruudud | 265 |
| 6.11.9 | Optimaalne ruuting | 266 |
| 6.11.10 | Liftid | 267 |
| 6.12 | Viited lisamaterjalidele | 268 |
| 7 | Efektiivne programmeerimistehnika..... | 269 |
| 7.1 | Koodistil | 270 |
| 7.1.1 | Pikaajaline ja lühiajaline lähenemine | 270 |
| 7.1.2 | Alamprogrammid..... | 270 |
| 7.1.3 | Näide: Tankid..... | 272 |
| 7.1.4 | Kommentaarid | 276 |
| 7.1.5 | Nimed | 278 |
| 7.1.6 | Funktsoonide nimetamine..... | 279 |
| 7.2 | Testimine | 279 |
| 7.2.1 | Testide koostamine | 280 |
| 7.2.2 | Ümbermõõt | 280 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 7.2.3 | Testide genereerimine | 283 |
| 7.2.4 | Käsuinterpretatorid ja skriptimine | 285 |
| 7.2.5 | Valideerimine | 287 |
| 7.3 | Tunne oma keelt..... | 288 |
| 7.3.1 | Teegid | 288 |
| 7.3.2 | Andmestruktuurid | 288 |
| 7.3.3 | Makrod | 289 |
| 7.4 | Võistluste strateegia..... | 290 |
| 7.5 | Ahned algoritmid..... | 290 |
| 7.5.1 | Mündid | 291 |
| 7.5.2 | Kingid | 292 |
| 7.5.3 | Majakavahid | 295 |
| 7.5.4 | Veel ahnetest algoritmidest | 297 |
| 7.5.5 | Suveniirid | 297 |
| 7.6 | Kontrollülesanded | 301 |
| 7.6.1 | Onu Robert | 301 |
| 7.6.2 | Bussijuhid..... | 302 |
| 7.6.3 | Hernehirmutised | 302 |
| 7.6.4 | Kolimine..... | 303 |
| 7.6.5 | Krokodillid..... | 303 |
| 7.6.6 | Lohe Gorönitš | 304 |
| 7.6.7 | Fraktsioonid..... | 305 |
| 7.6.8 | Bitimask | 305 |
| 7.6.9 | LED-lambid..... | 306 |
| 7.6.10 | Antimonotoonne jada | 307 |
| 7.7 | Viited lisamaterjalidele..... | 307 |
| 8 | Dünaamiline planeerimine edasijõudnutele | 308 |
| 8.1 | Seljakoti pakkimine..... | 308 |
| 8.1.1 | Ülesanne: Kohver | 308 |
| 8.1.2 | Dünaamiline planeerimine | 309 |
| 8.1.3 | Rekursioonivalem | 309 |
| 8.1.4 | Tabeli täitmine..... | 309 |
| 8.1.5 | Kood..... | 310 |
| 8.1.6 | Tee taastamine | 310 |
| 8.1.7 | Keerukus | 311 |
| 8.1.8 | Seljakoti erinevad variatsioonid | 311 |
| 8.2 | Rändkaupmehe ülesanne | 311 |
| 8.2.1 | Ülesanne: kaupmees | 312 |
| 8.2.2 | Rekursioonivalem | 312 |
| 8.2.3 | Valemi kasutus..... | 312 |
| 8.2.4 | DP tabel | 313 |
| 8.2.5 | Kood..... | 314 |
| 8.2.6 | Tee taastamine | 315 |
| 8.2.7 | Keerukus | 315 |
| 8.3 | Levenshteini kaugus | 315 |
| 8.3.1 | Ülesanne: Levenshteini kaugus | 316 |
| 8.3.2 | Rekursioonivalem | 317 |
| 8.3.3 | DP tabel | 317 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 8.3.4 | Teisenduse taastamine tabelist..... | 318 |
| 8.3.5 | Ajaline ja mahuline keerukus | 318 |
| 8.3.6 | Levenshteini kauguse omadused | 319 |
| 8.3.7 | Levenshteini kauguse variatsioone | 319 |
| 8.4 | Geenijärjestuste võrdlemine | 319 |
| 8.4.1 | Ülesanne: Sarnasus..... | 320 |
| 8.4.2 | Ülesanne: Mis on ühist? | 321 |
| 8.4.3 | Rekursioonivalem | 321 |
| 8.4.4 | Tabel | 322 |
| 8.4.5 | Kood..... | 322 |
| 8.4.6 | Tee taastamine | 322 |
| 8.5 | Dünaamiline Aja painutamine (Dynamic Time Warping) | 323 |
| 8.5.1 | Ülesanne: helid..... | 323 |
| 8.5.2 | Rekursioonivalem | 324 |
| 8.5.3 | Tabel | 324 |
| 8.5.4 | Kood..... | 324 |
| 8.6 | Lõikudega ülesanded..... | 325 |
| 8.6.1 | Ülesanne: palgi lõikamine | 325 |
| 8.6.2 | Tee DP-ni | 325 |
| 8.6.3 | Rekursioonivalem | 325 |
| 8.6.4 | Tabeli täitmine..... | 325 |
| 8.6.5 | Kood..... | 327 |
| 8.6.6 | Tee taastamine | 327 |
| 8.6.7 | Keerukus..... | 328 |
| 8.7 | Maatriksite korrutamine | 328 |
| 8.7.1 | Ülesanne: maatriksid..... | 328 |
| 8.7.2 | Võimaluste arv..... | 328 |
| 8.7.3 | Tee DPni..... | 329 |
| 8.7.4 | Tabeli täitmine..... | 329 |
| 8.7.5 | Kood..... | 330 |
| 8.7.6 | Keerukus..... | 330 |
| 8.8 | Ülesanne: mäed..... | 331 |
| 8.8.1 | Rekursioonivalem | 332 |
| 8.8.2 | Tabeli täitmme..... | 333 |
| 8.8.3 | Kood..... | 333 |
| 8.8.4 | Keerukus..... | 334 |
| 8.9 | Kontrollülesanded | 335 |
| 8.9.1 | Torn | 335 |
| 8.9.2 | Bussireisid..... | 336 |
| 8.9.3 | Sillad | 337 |
| 8.9.4 | Mäng..... | 338 |
| 8.9.5 | Uuring | 339 |
| 8.9.6 | Alkeemik | 340 |
| 8.9.7 | Puhkus | 341 |
| 8.9.8 | Tango | 342 |
| 8.9.9 | Valimised | 343 |
| 8.9.10 | Plaan | 344 |
| 8.10 | Viited lisamaterjalidele..... | 344 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 9 | Graafiteooria | 345 |
| 9.1 | Floyd-Warshalli algoritm | 345 |
| 9.1.1 | Ülesanne: tuleb hiljem..... | 345 |
| 9.1.2 | Rekursioonivalem | 346 |
| 9.1.3 | Tabeli täitmine..... | 346 |
| 9.1.4 | Floyd-Warshalli algoritmi kasutusi | 348 |
| 9.2 | Toese mõiste | 349 |
| 9.2.1 | Servade liigitamine | 349 |
| 9.2.2 | DFS koos servade liigitamisega..... | 350 |
| 9.3 | Sillad ja Artikulatsioonipunktid..... | 351 |
| 9.3.1 | Ülesanne: Muinastuledede öö | 352 |
| 9.3.2 | Sildade leidmine | 356 |
| 9.4 | Euleri Graaf | 357 |
| 9.4.1 | Euleri tsükli leidmine | 357 |
| 9.4.2 | Loomanimed..... | 358 |
| 9.5 | Minimaalne Toes | 360 |
| 9.5.1 | Minimaalse toese leidmine | 361 |
| 9.5.2 | Ülesanne: Elektrikatkestus | 362 |
| 9.6 | Maksimaalne voog ja minimaalne lõige | 364 |
| 9.6.1 | Võrk | 364 |
| 9.6.2 | Voog..... | 365 |
| 9.6.3 | Maksimaalne voog..... | 365 |
| 9.6.4 | Maksimaalse voo leidmine | 366 |
| 9.6.5 | Mitme lähte ja suudmega ülesanded | 368 |
| 9.6.6 | Kaaludega tipud võrgus | 368 |
| 9.6.7 | Lõige | 369 |
| 9.6.8 | Vangid | 370 |
| 9.7 | klikid | 373 |
| 9.7.1 | Bron-Kerboschi algoritm..... | 373 |
| 9.7.2 | Sõbrad..... | 374 |
| 9.8 | Kontrollülesanded | 376 |
| 9.8.1 | Laadimispunktid | 376 |
| 9.8.2 | Internetiühendus..... | 377 |
| 9.8.3 | Kiviheitemasin | 378 |
| 9.8.4 | Uus tee | 379 |
| 9.8.5 | Mõjuvõim | 380 |
| 9.8.6 | Civilization | 381 |
| 9.8.7 | Põgenemine..... | 382 |
| 9.8.8 | Teepuhastus | 383 |
| 9.8.9 | Doomino | 383 |
| 9.8.10 | Valimised | 384 |
| 9.9 | Viited lisamaterjalidele | 384 |
| 10 | Andmestruktuurid edasijõudnutele | 385 |
| 10.1 | Fenwicki puu..... | 385 |
| 10.2 | 2D Fenwicki puu. | 385 |
| 10.3 | Lõikude puu..... | 385 |
| 10.4 | Laisk värtustamine lõikude puudes..... | 385 |
| 10.5 | O(log n) operatsioonid puudel..... | 385 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 10.6 | Kontrollülesanded | 385 |
| 11 | Tekstialgoritmid | 386 |
| 11.1 | Teksti parsimine | 386 |
| 11.2 | Räsid | 386 |
| 11.3 | Knuth-Morris-Pratti algoritm | 386 |
| 11.4 | Aho-Corasicki algoritm | 386 |
| 11.5 | Sufikspuuud | 386 |
| 11.6 | Kontrollülesanded | 386 |
| 12 | Arvutusgeomeetria | 387 |
| 12.1 | Samal joonel asumise kontroll | 387 |
| 12.2 | Paralleelsuse ja samasihilisuse kontroll | 387 |
| 12.3 | Lõikude lõikumine | 387 |
| 12.4 | Kujundi pindala | 387 |
| 12.5 | Punkti sisaldumine kujundis | 387 |
| 12.6 | Koordinaatide pakkimine | 387 |
| 12.7 | Kumer kate | 387 |
| 12.8 | Sweeping line | 387 |
| 12.9 | Bresenhami algoritm | 387 |
| 12.10 | Magic missile | 387 |
| 12.11 | Kontrollülesanded | 387 |

0 SISSEJUHATUS

0.1 MIS ON VÕISTLUSPROGRAMMEERIMINE?

Programmeerimise eesmärk on panna arvuti tegema midagi kasulikku. Enamasti on see mingi tegevus, mille muidu oleks ära teinud inimesed. Nemad saavad nüüd aga teha midagi meeldivamat – las masin töötab, tema on rauast. Distsipliinina on programmeerimine üsna noor, kuid ometi läbi teinud pead pööritama paneva arengu, eelkõige kasutatavate vahendite (arvutid ja programmeerimist abistav tarkvara) osas. Kaasaegne riistvara võimaldab „rauast masinal“ sooritada teatud ülesandeid miljardeid kordi kiiremini kui ükski inimene suudaks. Samas mõeldakse pidevalt välja uusi ja keerulisemaid ülesandeid, mis lükkavad tagant ka programmeerimise sisemist võimekust ehk algoritmide ja meetodite arengut.

Uute algoritmide ja meetodite väljamõtlemine loob aga viljaka pinnase programmeerijatele üksteisega mõõduvõtmiseks. Kes kirjutab kiiremini efektiivsema programmi etteantud ülesande lahendamiseks? Selles vallas toimub palju võistlusi, kus pannakse proovile osalejate teadmised algoritmide alal, võimekus oma mõtteid kiiresti programmideks realiseerida ning oskus kirjutada veavaba koodi.

Eestis on selles vallas peamine võistlus Eesti Informaatikaolümpiaad, mis on suunatud eelkõige kooliõpilastele, kuid mille raames toimub ka kõigile avatud üritusi. Edukamatel kooliõpilastel on võimalus osaleda regionalsel Balti Informaatikaolümpiaadil (kus osalevad Läänemere äärsed riigid) ning Rahvusvahelisel Informaatikaolümpiaadil (IOI).

Ülikoolitasemel on peamine võistlus ACM International Collegiate Programming Contest (ACM-ICPC). Neil, kes on koolid juba lõpetanud, on võimalik osaleda erafirmade korraldatud võistlustel, nagu Google Code Jam või Facebook Hacker Cup. Peale selle on olemas hulk internetipõhiseid võistluskeskkondi, kus toimuvad regulaarsed üritused. 2017 alguse seisuga on neist tuntumad CodeForces, TopCoder, HackerRank ja CodeChef.

Programmeerimisvõistlustel on üldjuhul ajapiirang (näiteks 2-5 tundi), mille jooksul on antud lahendamiseks hulk ülesandeid (enamasti 3-6). Ülesannetele antakse sisendandmed, mille põhjal tuleb leida väljundandmed, mille õigsust kontrollitakse.

Lahendus võib olla iseseisev programm (sel juhul loeb ta sisendit ja väljundit failist või standardsisendist ja kirjutab väljundi teise faili või standardväljundisse) või siis lihtsalt funktsioon, mis lingitakse testprogrammi külge ja mida testprogramm välja kutsub, andes sisendi ette funktsiooni parameetritena.

Suurim väljakutse on sageli mitte lihtsalt vastuse leidmiseks sobiva lahenduse leidmine, vaid sobiva **kiire** lahenduse leidmine. Lahendustel on antud ajalimiit, mille jooksul tuleb vastus väljastada, tänapäeval tavaliselt sekund või paar.

Siin on üks lihtne näide võistlusstiilis ülesandest:

Malelaual peab ratsu liikuma N käiguga ühelt etteantud väljalt teisele. Mitu erinevat teekonna võimalust tal selleks on?

Kui võistleja on lahenduse valmis programmeerinud, esitab ta selle testimiseks. Olenevalt võistluse formaadist võib testimine toimuda kas kohe või lahendamisaja lõpus. Kohese testimise puhul

öeldakse võistlejale, kas programm läbis testid või mitte, nii et tal on võimalus oma lahendust parandada.

Testimisel on üldjuhul neli võimalikku tulemust:

- OK – kõik töötas õigesti.
- Vale vastus – programm ei väljastanud oodatud tulemust.
- Ajalimiit ületatud – programm ei lõpetanud ajapiiri jooksul oma tööd.
- Käivitusaja viga – programmi töös juhtus viga (näiteks mittelubatud mälupiirkonnast lugemine või nulliga jagamine), mis ei lasknud tal tööd lõpetada.

Mõnedel võistlustel on ülesande eest punktide saamiseks vaja korrektelt läbida kõik testid, teistel saab vastavalt läbitud testide arvule osalise arvu punkte. Suurima punktide arvuga võistleja saab auhinna või siis lihtsalt au ja kuulsust.

Selle teksti kirjutamise ajal on maailma parim võistlusprogrammeerija Gennadi Korotkevitš Valgevenest, kes praegu esindab St.Peterburgi ITMO ülikooli. Korotkevitš hakkas olulisi võistlusi võitma juba 11-aastaselt, sai IOI-lt kokku kuus kuldmedalist ning on hetkel olulisematel võistlussaitidel maailma kõrgeima reitinguga.

Eesti seni edukaim võistlusprogrammeerija on olnud Martin Pettai, kes sai aastatel 1999-2002 IOI-lt kolm kuld- ja ühe hõbemedali.

0.2 MIDA SIIT ÖPIKUST LEIDA VÕIB?

Käesoleva õpiku peamine eesmärk on ehitada sild programmeerimisoskuse ja teoreetilise arvutiteaduse vahel. Eesti keeles on mitmesuguseid programmeerimist õpetavaid raamatuid, kus keskendutakse programmeerimistehnikale. Samuti on ilmunud arvutiteaduse sissejuhatavaid õpikuid, kus räägitakse mitmesugustest teoreetilistest küsimustest.

Ka isiklikult olen ma elus kohanud paljusid inimesi, kes jäävad kas ühte või teise serva: ühel pool on puhtad praktikud, kes pole põhjalikumat teooriat omandanud või on selle unustanud kui „mittevajaliku“. Teisel pool on teoreetikud, kes tunnevad paljusid algoritme, kuid kellele kuluks ära rohkem praktolist kogemust nende realiseerimisel.

Siin raamatus tuuakse teoreetiline ja praktiline pool kokku ja räägitakse mõlemast. Käsitletakse nii vötteid efektiivsemaks programmeerimiseks kui ka algoritme, mis võimaldavad esmapilgul võimatuid ülesandeid mõistliku ajaga lahendada.

Tutvustatakse mitmeid algoritme ja andmestruktuure, millega mõned kuuluvad arvutiteaduse parimate saavutuste sekka, kuid teoreemide ja töestuste asemel on siin hulk praktilliselt läbiprogrammeeritavaid näiteid. Raamatuga kaasas olevas lisas on võimalik tutvuda paljude näidisprogrammidega ja lahendada mitmesuguse raskusega katseülesandeid enesekontrolliks.

Õpiku ülesehitus võimaldab seda kasutada struktureeritud kursustel, kus õpetatakse programmeerimist või arvutiteadust üldiselt või siis tegeletakse spetsiaaliliselt programmeerimisvõistlusteks ettevalmistamisega. Teiselt poolt võiks see olla kasutata praktilise käsiraamatuna, kust on vajadusel võimalik ühe või teise algoritmi kohta infot leida.

Tegemist ei ole programmeerimise algkursusega, eelduseks on, et lugejad on algtasemel programmeerimist juba õppinud ning oskavad oma lemmikkeeles põhiasjadega toime tulla.

Raamatust võivad kasu saada mitmesugused huvilised:

Esiteks **kooliõpilased**, kellel on olemas teadmised programmeerimise põhialustest ja kes soovivad teistega mõõtu võtta. Raamat sisaldb suurel hulgal teadmisi, mida on vaja informaatikaolümpiaadil. 2016. aasta lõpu seisuga on raamatu esimese osa läbitöötamine piisav, et olla edukas Eesti olümpiaadidel ja teine osa võimaldaks koju tuua medali rahvusvahelistelt võistlustelt.

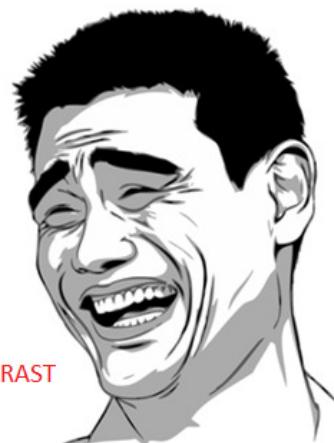


Teiseks **üliõpilased ja kraadiõppurid**, kes soovivad täiendada oma teadmisi arvutiteaduses, neid samal ajal praktiliste oskustega seostades. Õpik pakub mitmeid kasulikke lähenemisviise, mis võimaldavad uurimistöödes vajalikke programme efektiivsemalt kirjutada.

Kolmandaks **professionaalsed programmeerijad**, kes soovivad omandada algoritmiliselt keerulisemate ülesannete lahendamise oskust. Võistlustel ja olümpiaadidel programmeerimine on nagu rallisõit, kus läheb vaja spetsiifilisi oskusi. Igapäevane tavaprogrammeerimine mõnes ettevõttes on selle kõrval nagu liinibussi või takso juhtimine – sarnaste elementidega, aga siiski mitte päris sama. On aga olukordi, kus rallioskused kuluvad ka igapäeva elus marjaks ära. Olen ise oma karjääri jooksul nii mõnelgi korral suutnud „võimatut“ teha ja mõne asja kümneid või sadu kordi kiiremini tööl panna, samal ajal kui teised olid juba valmis massiivseks täiendava riistvara ostuks. Ja kes ei tahaks vahel kangelane olla :)

Neljandaks **õpetajad ja õppejõud**, kes soovivad oma õpilasi olümpiaadideks ja võistlusteks ette valmistada. Raamat on üles ehitatud struktuurselt, iga järgnev peatükk kasutab ja täiendab eelmistes õpitut. Tekstis on palju ülesandeid, mida võib anda lahendamiseks nii grupidööna kui individuaalselt.

Viwendaks **ambitsioonikad spetsialistid**, kes soovivad minna tööl mõnesse maailma „kõrgliiga“ tehnoloogiaettevõttesse. Ettevõtetes nagu Google, Facebook või Palantir on tavaline, et tööintervjuudel antakse kandidaatidele ülesandeid näiteks graafiteooria või dünaamilise planeerimise vallast. Seega on intervjuu läbimiseks vaja ka võistlusprogrammeerimise alaseid teadmisi. Eestis pole nii põhjalik valmistumine tööintervjuudeks veel väga levinud, aga maailma tipptasemel juhtub sageli, et kandidaadid õpivad intervjuudeks nädalaid või isegi kuid.



Ja lõpuks kõik ülejäänud, kellele meeldib programmeerimine ning teadmiste omandamine.

Raamat on jagatud kaheks osaks ja neist kumbki kuueks peatükkiks, milles igaüks käsitleb konkreetset teemat.

Iga peatükk sisaldb järgmisi osi:

1. Tekst, mis avab teema olemust ja teoreetilist tausta.
2. Näidisülesanded, kus põhjalikult selgitatakse, kuidas kirjutada programme vastavate algoritmide realiseerimiseks.
3. Veel mõned ülesanded, kus on antud lahenduse idee ja viited näidislahendustele.
4. Ülesanded enesekontrolliks (või kontrolltöödeks akadeemilises keskkonnas). Kõigi ülesannete lahendusi saab esitada *online* võistluskeskkonnas, kus neid automaatselt testitakse.

Kõik näited on saadaval kolmes programmeerimiskeeltes:

- C++ kui võistlustel ja olümpiaadidel enim kasutatav keel
- Java kui Eesti tarkvaratööstuses enim kasutatav keel
- Python kui hariduses ja programmeerimise õppimisel populaarne keel.

Tekstis toodud näited kasutavad C++ varianti, teistes keeltes kirjutatud vasteid on saadaval lisamaterjalina.

0.3 KONTROLLÜLESANNE LAHENDAMINE

Iga peatüki lõpus on toodud rida kontrollülesandeid. Neid on võimalik lahendada omal käel või kui raamatut kasutatakse õppetöös, saab kursuse juhendaja korraldada nende põhjal kontrolltöö.

Ülesandeid saab lahendada online võistluskeskkonnas CodeForces, kus:

- Igale ülesandele on üles seatud automaatsed testid.
- Kasutajad saavad veebibrauseri kaudu esitada oma koodi ning saavad kohest tagasisidet selle kohta, kas programm läbis testid või ei.

Ülesannete lahendamiseks:

- Loo CodeForces'i konto (või logi sisse Google'i kontoga)
- Ühine Eesti Võistlusprogrammeerimise grupiga aadressil
<http://codeforces.com/group/jODaK73gf0/>
- Kontrolltööde jaoks on loodud võistlused, vali neist asjakohane

Lahendused peavad lugema andmed standardsisendist ja kirjutama vastuse standardväljundisse. Kui väljundisse kirjutada veel midagi muud, on tulemuseks töenäoliselt *Wrong Answer*. Kõik testid vastavad ülesande kirjelduses toodud spetsifikatsioonile ja nende korrektust eraldi kontrollima ei pea.

0.4 KASUTATUD ÜLESANDED JA PIL DID

Näidisülesanded kuuluvad enamikus arvutiteaduse klassikasse loodud spetsiaalselt käesoleva raamatu jaoks, osad on ka taaskasutatud mõnelt Eesti olümpiaadilt. Teistest allikatest pärit ülesanded on vastavalt viidatud.

Kontrolltööde ülesanded on loodud kas selle raamatu jaoks või kohandatud teiste riikide võistlustelt. Kuna enamasti on teiste võistluste ülesanded toodud koos lahendustega, pole neid raamatust otse viidatud, viite saab küsimise peale autoritelt.

Kasutatud pildid on võetud vabadest pildipankadest nagu Pixabay, Pexels, Wikimedia Commons jt, kus nad on antud maailmale kasutamiseks CC0 litsentsi alusel.

0.5 AUTORITEST

Targo õppis programmeerima aastal 1990, mil tal oli ainult tekstiležimi võimaldav kasutatud IBM XT arvuti, millel polnud mänge, mida mängida. Lahenduseks oli ise mängud kirjutada, mis eeldas omakorda programmeerimise äraõppimist. Pärast seda on ta programmeerinud igasuguseid asju klaasilõikepinkide ja lennuki elektrisüsteemide dokumendi halduse ja mobiilirakendusteni. Praegu

juhib Targo ka Eesti Informaatikaolümpiaadi. Kuna talle meeldib rohkem endast rääkida, tähistab tekstis „mina“ enamasti Targot.

Katrin huvitus mängudest ise vähem, kuid kirjutas neid oma nooremale vennale. Hiljem on ta õppinud arvutuslingvistikat ja töötanud süsteemianalüütiku ning programmeerijana, samuti tegelenud võistlusprogrammeerimise õpetamisega Eesti Informaatikaolümpiaadi raames.

0.6 TÄNUVALDUSED

Tahame tänada paljusid inimesi, kes raamatu valmimisele kaasa aitasid:

- Mihkel Kree ja Jaak Vilo organisatsioonilise toetuse eest,
- Härmel Nestra, Tähvend Uustalu, Liisa Jõgiste, Oliver-Matis Lill, Tiina Kull ja Heno Ivanov sisuliste soovituste ja veaparanduste eest,
- Toomas Tennisberg ja Oliver Tennisberg ülesannete läbilahendamise ja testide koostamise ning kontrollimise eest.

0.7 VEAPARANDUSED JA SOOVITUSED

Tegemist on elava dokumendiga, millega loodame aja jooksul uusi versioone luua. Valdkond areneb kiiresti, samuti võib esile tulla vajadusi materjali täpsustamiseks, mitmesuguseid vigu jne.

Kõik parandused ja soovitused võib saata aadressil targot@gmail.com.