

Graafiteooria edasijõudnutele

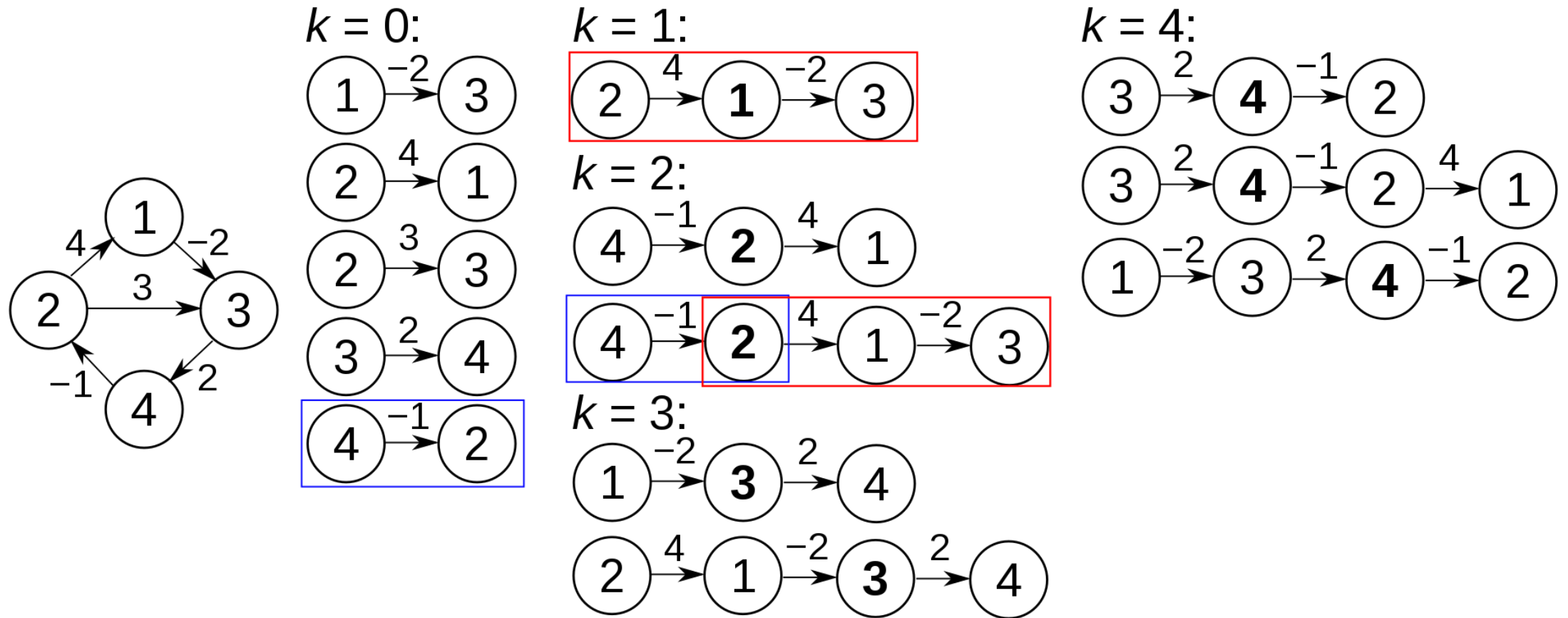
EIO 2024

Targo Tennisberg

Floyd-Warshall revisited

- let dist be a $|V| \times |V|$ array of minimum distances initialized to ∞ (infinity)
- for each edge (u, v) do
 - $\text{dist}[u][v] \leftarrow w(u, v)$ // The weight of the edge (u, v)
- for each vertex v do
 - $\text{dist}[v][v] \leftarrow 0$
- for k from 1 to $|V|$
 - for i from 1 to $|V|$
 - for j from 1 to $|V|$
 - if $\text{dist}[i][j] > \text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j]$
 - $\text{dist}[i][j] \leftarrow \text{dist}[i][k] + \text{dist}[k][j]$
 - end if

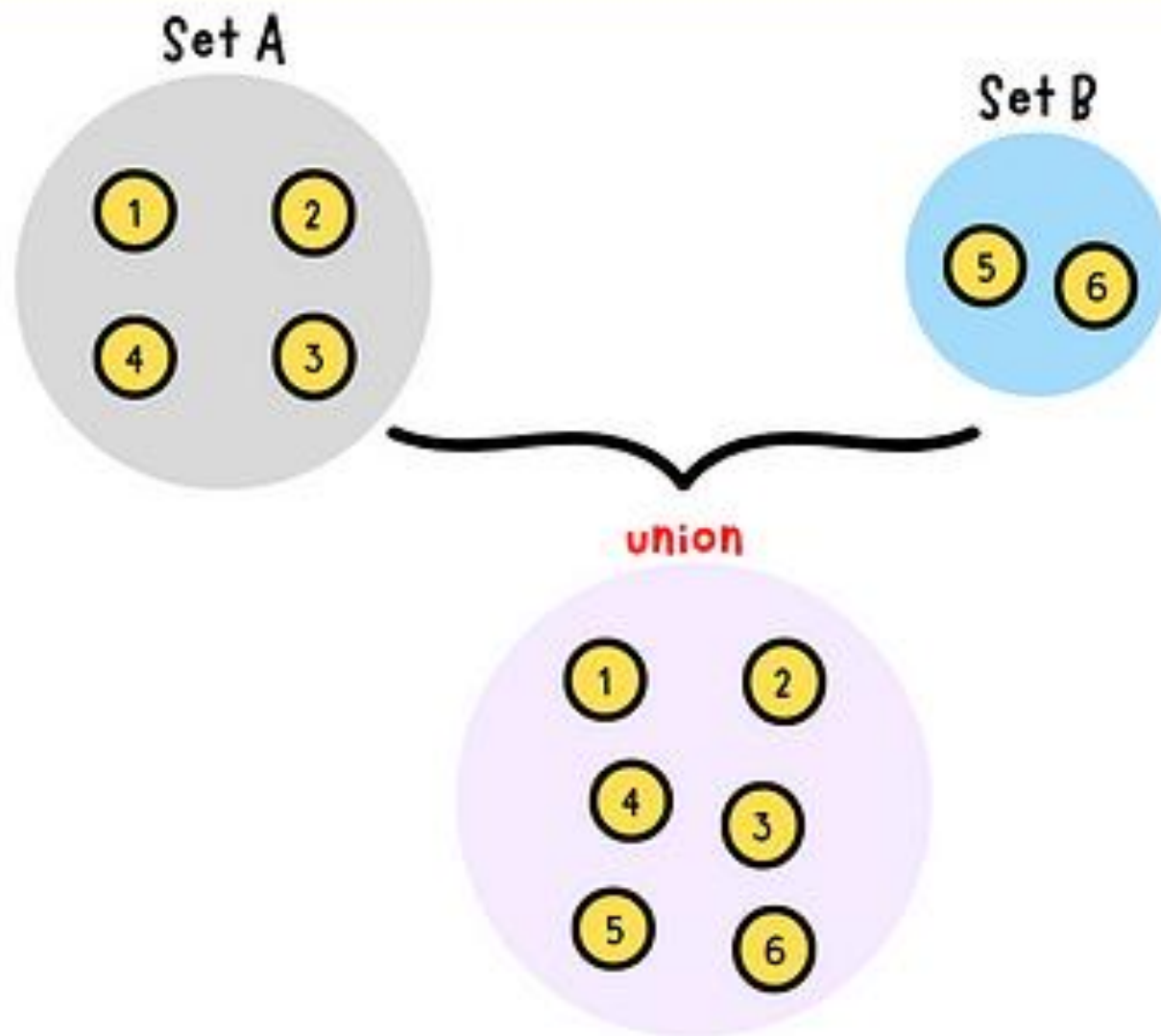
Floyd-Warshall revisited



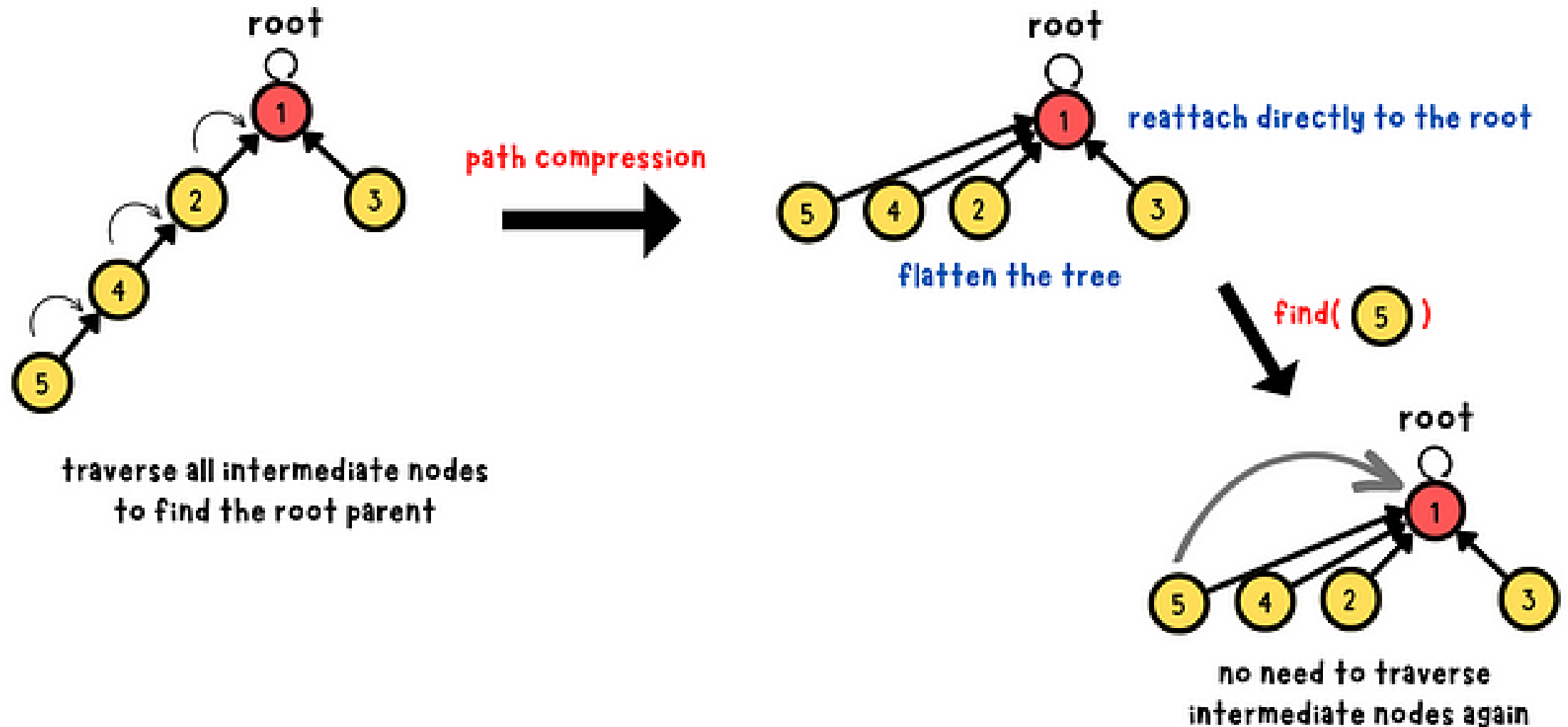
Union-Find

- Olgu meil hulk lõikumatu tipuhulki
- Igal hulgal on defineeritud operatsioonid:
 - Ühenda (union) – ühendab antud hulga mõne teisega
 - Leia – leiab, millisesse hulka konkreetne tipp kuulub
 - Abifunktsioon: Loo hulk – loob hulga, millesse kuulub ainult üks tipp

Union Operation

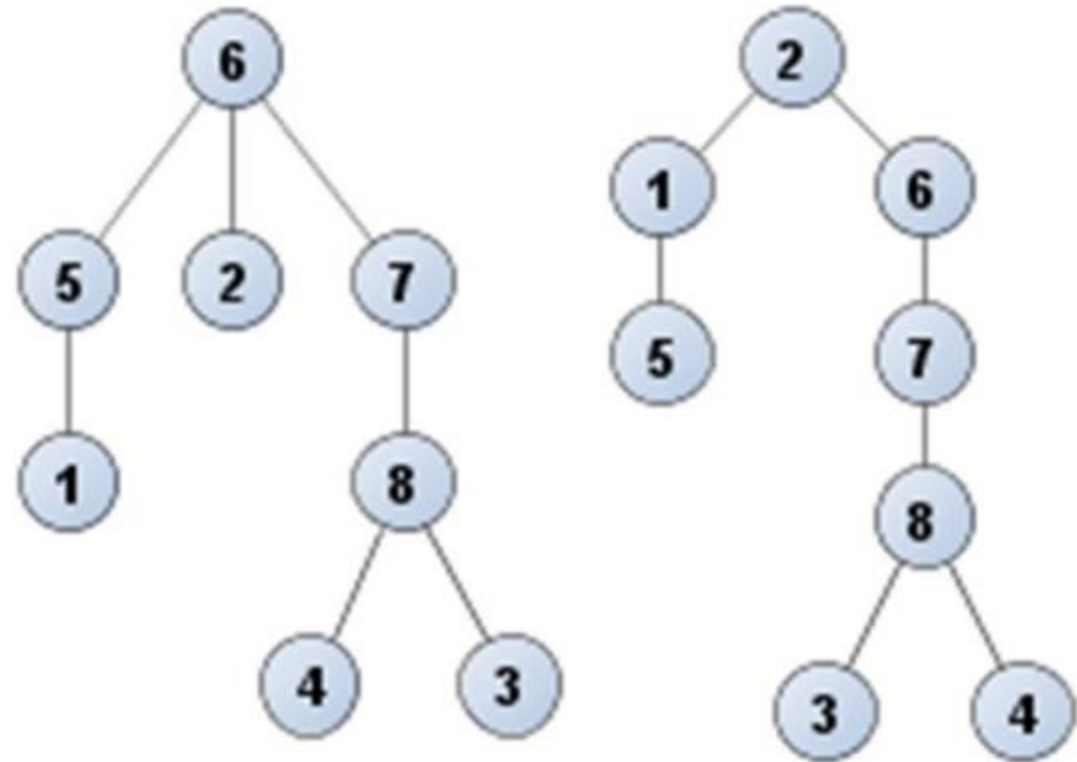
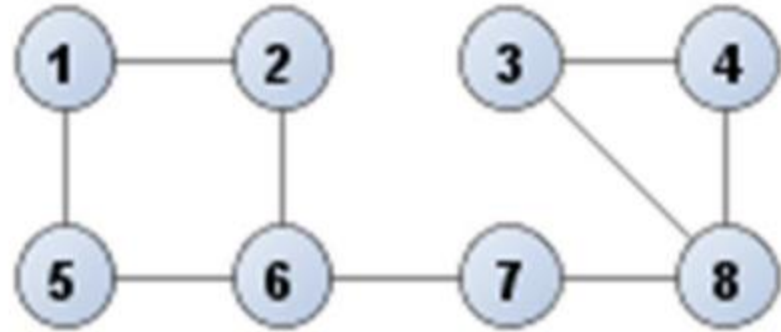


Path Compression



Toesepuu (aluspuu)

- **Puu** = sidus graaf, milles puuduvad tsüklid
- **Graafi aluspuu** = alamgraaf, mis on puu ja mis sisaldab kõiki selle graafi tippe
- Konkreetsel graafil palju erinevaid aluspuid



Minimaalse kaaluga aluspuu – Kruskali algoritm

- Sorteeri alguses kõik servad kaalude järgi
- Alusta tühjast puust
- Kuni lisatud on vähem kui $n-1$ serva, lisa lühim serv nende hulgast, mis ei tekita eelnevatega koos tsüklit.
- Kuidas kontrollida, kas tekib tsükkel?
 - Siis, kui uus serv ühendab tippe, mis asuvad samas sidususkomponendis
 - Algoritmi võtmekoht on sidususkomponentide üle arvepidamine
 - Sidususkomponentide ühendamiseks saab kasutada union-find'i

Minimaalse kaaluga aluspõuu – Prim'i algoritm

- Vali suvaline tipp toese põuu alguseks.
- Kuni leidub veel tippe, mis puusse pole lisatud, leia lühim serv, mis seob mõnda põuu tippu seal mitteolevaga,
- Lisa see serv puusse.

- Väga sarnane Dijkstra algoritmiga!

Euleri tsükli leidmine – Hierholzeri algoritm

1. Alusta suvalisest tipust v
2. Mine suvaliselt mööda servasid, kuni oled tagasi tipus v (kui graafis on Euleri tsükkel, pole kinnijäämine võimalik). Tulemuseks on tsükkel.
3. Niikaua, kui meie leitud tsükklis on mõni tipp w , millest väljub mõni serv, mis pole leitud tsükli osa:
 1. Koosta uus tsükkel alustades tipust w
 2. Lisa uus tsükkel esialgsele

Hea realisatsiooni keerukus on $O(E)$. „Hea“ tähendab, et hoiame kogu aeg meeles, kus on „üle jäävaid“ servi.

Euleri ahel ja tsükkel

- Sidusal graafil leidub Euleri ahel **parajasti siis**, kui ülimalt kaks tema tippudest on paaritud
- Sidusal graafil leidub Euleri tsükkel **parajasti siis**, kui kõik tema tipud on paaristipud

Ülesanded

- A Internetiühendus - minimaalne toes
- B Kiviheitemasin - minimaalne toes
- C Hongcow Builds A Nation - sidususkomponendid + kombinatoorika
- D Gift - minimaalne toes + kavalus
- E Teepuhastus ;-)
- F Domino - Euler
- G Minimum Euler Cycle - Euler
- H Uus tee - Floyd-Warshall
- I Greg and Graph – Floyd-Warshall